A. 함수와 그래프

A-1 함수와 그래프

● 함 수 : 정확한 인과성을 표현(과학성)한다.

종속변수(반응변수)

함수표현 ➡ $Y=f(\underbrace{X_1, X_2, X_3, \cdots, X_n}_{\text{독립변수(원인변수)}})$

● 그래프 : 함수에 포함된 변수간의 관계를 명시적으로 시각화한다.

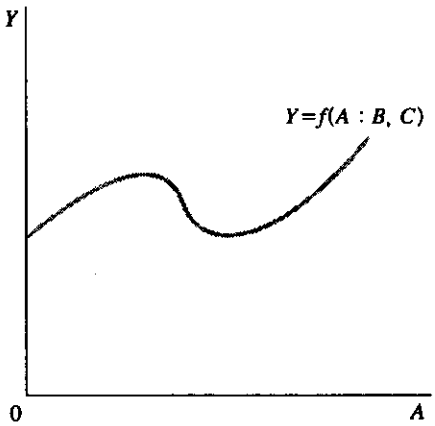
① 명시적으로 고려된 변수 : 그래프의 각 축에 할당된 변수

② 암묵적으로 고려된 변수 : 그래프의 축에 할당되지 않은 변수

③ 그래프 : 명시적으로 고려된 변수간의 대응점들을 연결하면 그래프가 된다. 암묵적으로 고려된 변수는 고정되어 있다.

예 $Y=f(A, B, C)$에서 Y와 A간의 관계만을 명시적으로 보고싶을 때에는 그래프와 같이 표현한다.

◐ 그래프의 성질



· 각 축에 할당된 변수가 명시적으로 고려되는 변수이다(Y, A).

· 그래프는 명시적으로 고려되는 변수들간의 관계만 보여 주고 다른 변수는 불변인 상황이다(B, C 불변).

A-2 그래프 이동원리

① 선상이동 : 명시적인 변수간의 변화를 표현한다.

예 앞 그래프에서 Y 변화가 A에 미치는 영향 또는 역으로 나타나는 영향($Y \leftrightarrow A$)은 선상이동으로 나타난다.

② 기울기변화 : 명시적인 변수간의 영향관계가 달라질 때 일어난다.

예 앞 그래프에서 Y 변화가 A 변화에 미치는 영향도가 달라진 경우

③ 자체(평행)이동 : Y와 A 이외의 변화충격이 Y 또는 A를 변화시킨 경우로 변수가 변화하는 방향으로 자체이동한다.

예 앞 그래프에서 B가 상승하면서 Y를 감소시켰다면 하방 자체이동한다.

명시적인 반응변수 ➡ 충격의 전달과정 (이론의 내용) ➡ 명시적인 원인변수

$$Y = f(\ .\ .\ .\ X_i\ .\ .\ .\ )$$

선 상 이 동

기울기변화(반응크기변화)

자체이동(X_i 이외의 변화)

예 수요$=f$(가격, 소득, 기호, 관련재가격, 물가기대…)라고 하자. 수요곡선은 가격과 수요간의 명시적 관계를 보여 주는 곡선이기 때문에, 기호, 소득, 관련재 가격, 물가기대 등의 변화는 자체이동의 요인이 된다.

B. 한계값과 미분

B-1 미분의 표현과 의미

● 미분계수(값) : $Y=f(X)$에서

미분계수 ↘ ↙ 새로 X 한 단위 변화에 대응하는 Y의 변화량

$$\frac{dY}{dX} = \lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X} \text{ (단, } \Delta \text{은 변화량을 나타냄)}$$

↖ X의 변화량이 충분히 적을 것

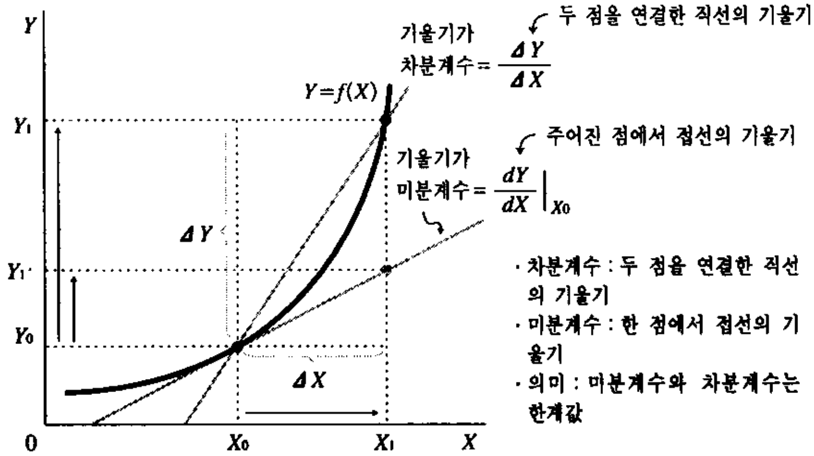
● 미분계수의 해석

① 서술적 표현 : X(원인변수)단위 변화에 대응하는 반응변수(Y)의 변화량

② 수리적 정의 : Y로 표현된 X의 미분값

③ 기하학적 표현 : 주어진 X값에서 접선의 기울기

◎ 미분계수의 기하학적 개념



B-2 간단한 미분공식

● 미분공식

① $Y=c,\ \frac{dY}{dX}=0$

예 $Y=10,\ \frac{dY}{dX}=0$

② $Y=a\pm bX,\ \frac{dY}{dX}=\pm b$

예 $Y=0.3+1.5X,\ \frac{dY}{dX}=1.5$

③ $Y=a\pm bX\pm cX^n,\ \frac{dY}{dX}=\pm b\pm cnX^{n-1}$

예 $Y=\frac{1}{3}-\frac{3}{5}X+\frac{2}{5}X^{-\frac{1}{2}},\ \frac{dY}{dX}=-\frac{3}{5}-\frac{2}{10}X^{-\frac{3}{2}}$

④ $Y=f(X)\cdot g(X),\ \frac{dY}{dX}=g(X)\frac{d}{dX}f(X)+f(X)\frac{d}{dX}g(X)$

⑤ $Y=\frac{f(X)}{g(X)},\ \frac{dY}{dX}=\frac{1}{g(X)^2}[g(X)\frac{d}{dX}f(X)-f(X)\frac{d}{dX}g(X)]$

⑥ $Y=f(g(X)),\ \frac{dY}{dX}=\frac{df}{dg}\frac{dg}{dX}$ (연쇄법칙)

예 $TR=f(Q),\ Q=Q(N)$에서 $\frac{dTR}{dN}=\frac{dTR}{dQ}\frac{dQ}{dN}$

B-3 1차 미분의 의미

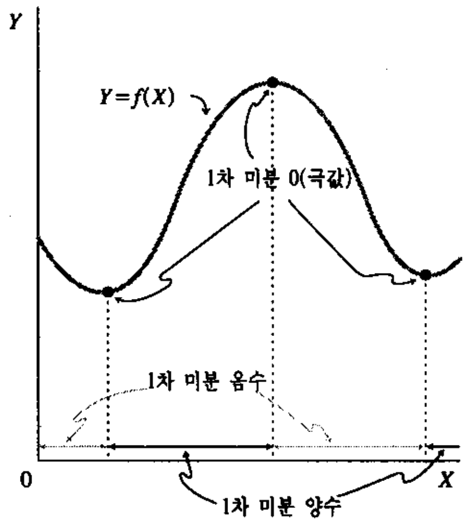
● 인과방향 표시

X(원인)와 Y(반응)의 변화방향 동일

인과성 표현 ➡ $\frac{dY}{dX} \gtreqless 0$ ← 반응이 없다. 극값을 갖는다(특수한 변곡점 제외).

X(원인)와 Y(반응)의 변화방향 반대

◘ 일차미분에 의한 인과방향 판정



· X, Y의 변화방향 동일 $\frac{dY}{dX} > 0$

· X, Y의 변화방향 반대 $\frac{dY}{dX} < 0$

· X, Y의 인과성 없다. $\frac{dY}{dX} = 0$

예 $Y=f(X)=3X$, $\frac{dY}{dX}=3>0$ (동일방향)

$Y=f(X)=4X^3$, $\frac{dY}{dX}=12x^2>0$ (동일방향)

$Y=7$, $\frac{dY}{dX}=0$ (인과성이 없다.)

B-4 2차 미분의 의미

● 2차 미분 : 1차 미분을 같은 원인변수로 다시 미분한 것

X 방향과 접선의 기울기 방향 일치(볼록)

오목과 볼록 ➡ $\frac{d}{dX}\left(\frac{dY}{dX}\right) = \frac{d}{dX}$(접선의 기울기) $\gtreqless 0$

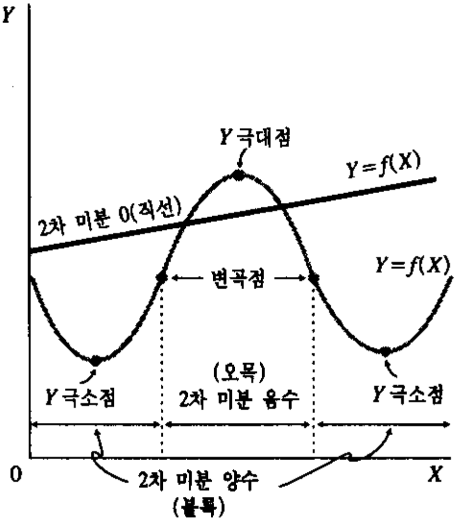
X 방향과 접선의 기울기 방향이 반대(오목)

X와 무관하게 접선의 기울기 불변(직선)

예 $Y=f(X)=3X,\ \frac{dY}{dX}=3,\ \frac{d}{dX}\left(\frac{dY}{dX}\right)=0$ (직선)

$Y=f(X)=3X^2,\ \frac{dY}{dX}=6X,\ \frac{d}{dX}\left(\frac{dY}{dX}\right)=6>0$ (볼록)

이차미분에 의한 오목 및 볼록의 판정

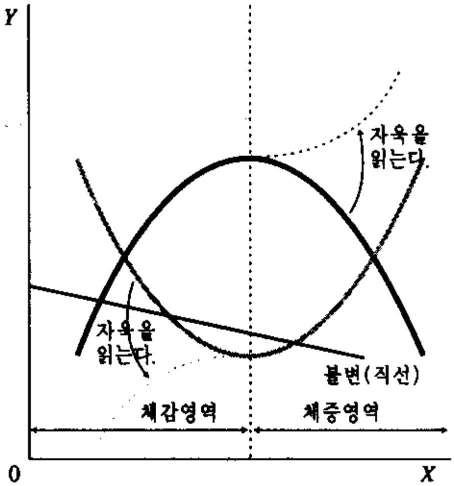


- 오목 : 2차 미분<0
- 볼록 : 2차 미분>0
- 직선 : 2차 미분=0

B-5 체증과 체감

● 체증과 체감의 의미 : 1차 미분의 절대값을 교환가치로 보고 이것이 의사결정대

체감과 체증



- 체증과 체감 : 1차미분 절대값의 변화방향으로 파악
- 체증 : 교환가치와 의사결정량 비례
- 체감 : 교환가치와 의사결정량 반비례

상의 변화방향과 일치하는지 판정한다. 1차 미분이 음수이면 절대값을 쉽게 계산하기 위하여 Y축의 한 값을 중심으로 상하로 접은 다음 그 접은 자국의 기울기변화로 파악한다.

$$\underbrace{\text{체감과 체증}} \Rightarrow \frac{d}{dX}\left(\left|\frac{dY}{dX}\right|\right) = \frac{d}{dX}(Y\text{로 표시된 } X\text{의 한계교환가치})$$

X 변화와 Y로 측정한 X의 교환가치 변화방향 일치

$$\frac{d}{dX}\left(\left|\frac{dY}{dX}\right|\right) \gtreqless 0 \leftarrow X\text{가 변해도 } Y\text{로 측정한 } X\text{의 교환가치 불변(직선)}$$

X 변화와 Y로 측정한 X의 교환가치 변화방향 반대

B-6 편미분

● 미분개념의 확장 : 요인변수가 여러 가지인 경우에 특정변수만 1단위 변화할 때 나타나는 반응변수의 변화량으로 변화되는 변수의 한계값이 된다.

$Y=f(X_1, X_2, X_3, \cdots, X_n)$에서

Y로 표시한 X_1의 한계값(접선의 기울기)

$$\underbrace{\text{편미분}} \Rightarrow \frac{\partial Y}{\partial X_1} = \frac{\partial}{\partial X_1} f(X_1, X_2, X_3, \cdots, X_n)$$

X_1 이외의 변수는 상수로 보고 미분공식 적용

예 $Y=f(A, B)=3A^2+2AB^5$, $\frac{\partial Y}{\partial A}=6A+2B^5$, $\frac{\partial Y}{\partial B}=10AB^4$

C. 총량, 평균량, 한계량

C-1 기호의 정의

① 총 량 : T(*total*)

② 평균량 : A(*average*)

③ 한계량 : M(*marginal*)

④ 가 격 : P(*price*)

⑤ 수 량 : Q(*quantity*)

⑥ 총비용정보 : CI(*cost information*)

⑦ 총수익정보 : RI(*revenue information*)

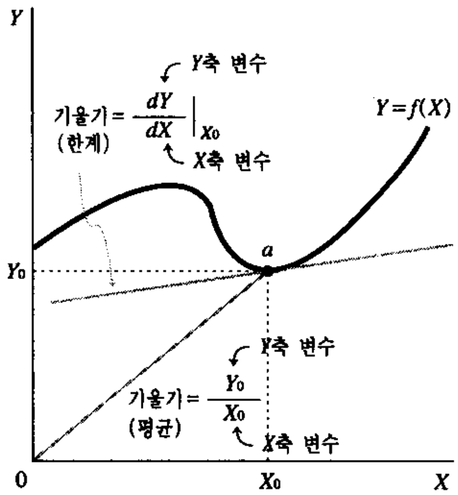
C-2 한계와 평균의 기하학적 의미

① 한 계 : 주어진 점에서 접선의 기울기, $\frac{dY}{dX}$로 표기

② 평 균 : 주어진 점에서 원점을 연결한 직선의 기울기, $\frac{Y}{X}$로 표기

③ 수리적 표현에서는 X축과 Y축에 할당된 변수간의 관계로 표현된다. X축 변수가 아랫변에 오도록 한다.

○ 한계와 평균의 기하학적 의미



· 한계값 : X축 변수로 Y축 변수를 미분한 X의 한계값은 접선의 기울기

· 평균값 : X축 변수로 Y축 변수를 나눈 X의 평균값은 한 점에서 원점을 연결한 직선의 기울기

C-3 총량과 등총량

● 의미구분 : 암묵적으로 고려된 변수는 불변으로 취급된다는 점에 착안하였다.

총량의 구분 ➡ $T=f(X, Y)$

- 총량그래프(T를 명시적 변수로 취급)
- 등총량그래프(T를 암묵적 변수로 취급)

● 각 총량그래프에서 미분의 표현

$\boxed{\text{총량곡선에서 접선기울기}}$ ➡ $\frac{dT(\text{반응대상})}{dX(\text{의사결정대상})} = M$

- dT: Y축상의 변수
- dX: X축상의 변수

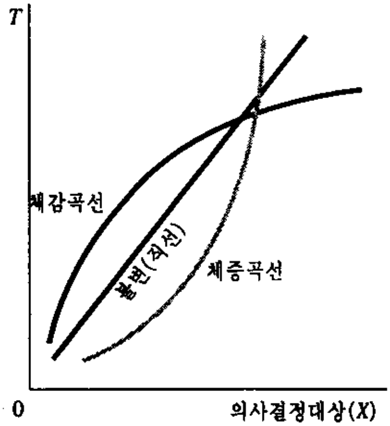
Y축상의 변수

$$\boxed{\text{등총량곡선에서 접선기울기}} \Rightarrow \frac{dY(\text{의사결정의 상대대상})}{dX(\text{의사결정대상})}\bigg|_{\bar{T}} = M$$

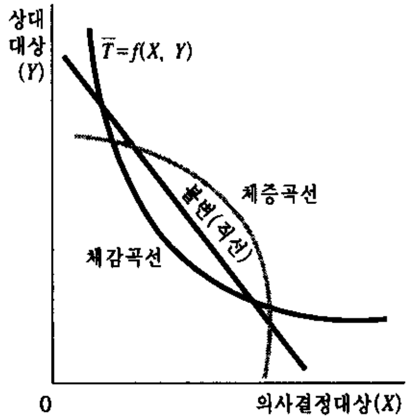
X축상의 변수

전제조건 표시

◎ 총량곡선 형태와 체증 및 체감



◎ 등총량곡선 형태와 체증 및 체감



등총량곡선 접선기울기의 해석법

등총수익선의 접선의 기울기는 X축 변수의 한계값 : $\left|\frac{dY(\text{의사결정의 상대대상})}{dX(\text{의사결정대상})}\right|_{\text{등총수익}}$

→ Y로 표시한 X의 한계수익정보

등총비용선의 접선의 기울기는 X축 변수의 한계값 : $\left|\frac{dY(\text{의사결정의 상대대상})}{dX(\text{의사결정대상})}\right|_{\text{등총비용}}$

→ Y로 표시한 X의 한계비용정보

균형파라다임과 연결(정리 1-20)

체감곡선은 수익정보를, 체증곡선은 비용정보를 포함한다. 불변곡선은 수익과 비용정보를 모두 담을 수 있지만, 수익-비용분석 원리에 따라 상대정보에 대응하는 정보를 포함하게 된다. 무차별곡선과 예산선, 등량곡선과 예산선, TR선과 TC선, 등총수익선과 생산가능곡선을 대조해 보기 바란다.

C-4 시장가격과 평균

● 왈라스체계에서 거래는 언제나 균형가격에서만 이루어지므로 모든 사람이 동일한 가격으로 거래를 한다. 그러므로 가계의 평균지출이나 기업의 상품단위당 평균수입은 언제나 가격과 일치하게 된다. 가격차별은 시장거래가 아니므로 이러

한 관계가 성립하지 않는다.

시장거래 ➡ $P=A$(평균값)

C-5 한계와 총량

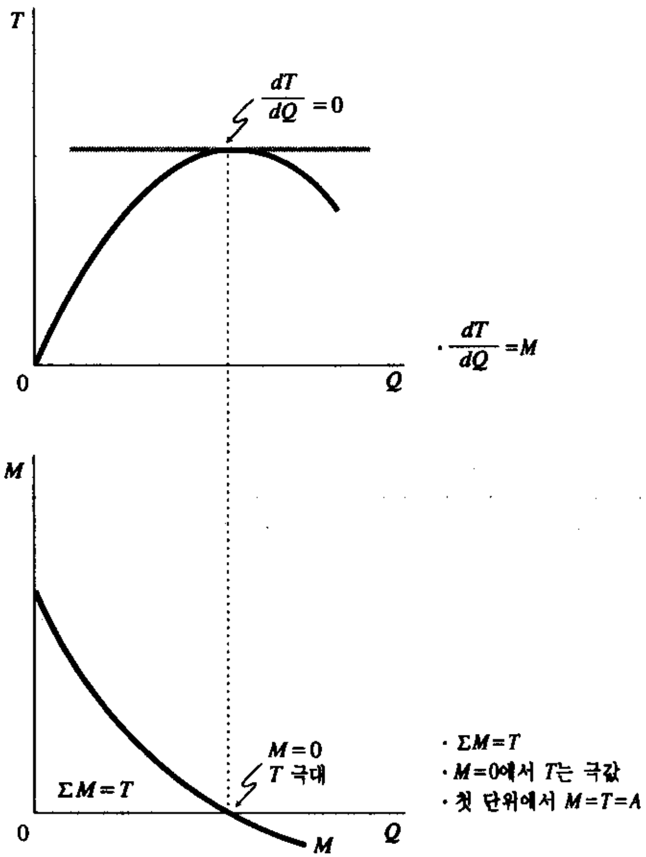
① 한계값이 0, 즉 $M=0$에서 총량 T는 극값(극대 또는 극소)을 갖는다.

예 한계이윤이 0이면 총이윤은 극대, 한계효용이 0이면 총효용이 극대이다.

② 의사결정의 첫 단위에서 $T=M=A$

예 사과를 처음 한 개 먹었을 때 만족도가 10이라면 이 사람의 총만족도뿐 아니라 한계만족도와 평균만족도도 10이다.

◎ 한계량과 총량간의 관계



③ $T=\Sigma M$

예 빵을 하나 새로 만들 때마다 추가로 100원, 120원, 150원, 170원 들었다면 빵을 4개 만드는 데 추가로 든 총비용은 540원이다.

C-6 한계와 평균

● 중요성 : 한계와 평균간의 관계는 가장 중요한 원리이다. 모든 정보는 궁극적으로 한계정보까지 추론하여야 의사결정에 이용할 수 있기 때문이다.

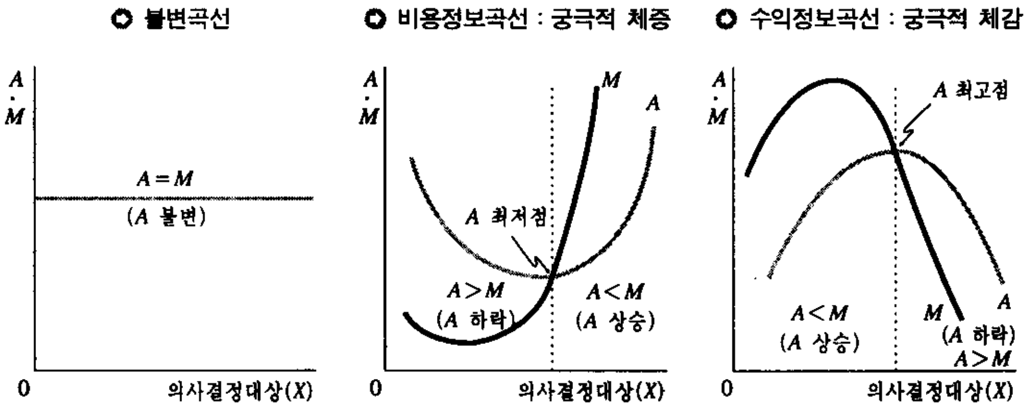
● 평균중심파악 : 한계와 평균간의 관계는 평균을 중심으로 파악

예 *IQ*의 평균이 20인 영재돼지 집단에 새로운 영재돼지 한 마리가 들어왔다. 다시 평균을 내 보니 *IQ*가 21이나 되었다. 새로운 돼지의 *IQ*는 영재집단의 평균 *IQ*를 1이나 끌어올리는 대단한 존재였다. 이 새로 추가된 돼지의 *IQ*를 한계 *IQ*라고 한다.

A 불변	➡ $A=M$
A 증가(우상향)	➡ $A<M$ ➡ M의 진행방향은 알 수 없다.
A 감소(우하향)	➡ $A>M$ ➡ M의 진행방향은 알 수 없다.

① M은 A의 꼭지점을 지난다.

② A 또는 M의 진행방향만으로 M 또는 A의 진행방향을 파악할 수 없다.



참고 균형파라다임의 적용(정리 1-20)
M이 궁극적으로 의사결정대상에 대하여 체증하면 비용정보, 체감하면 수익정보, 불변이면 어느 정보로도 가능하지만 수익-비용분석기법에 따라 상대정보를 구성한다. 한계효용과 평균효용, 한계생산성과 평균생산성, 한계비용과 평균비용 등을 참조해 보기 바란다.

D. 합리성 달성과 최적화

D-1 합리성 달성기준의 수리적 표현(정리 1-19 참조)

● 합리성 달성기준 ① : 한계수익정보 = 한계비용정보

$$\frac{dTRI}{dX} = \frac{dTCI}{dX} \quad : X\text{는 의사결정대상}$$

X의 한계수익　　　X의 한계비용

● 합리성 달성기준 ② : 한계비용단위당 한계수익의 일치

$$\frac{\left(\frac{\partial TRI}{\partial X}\right)}{\left(\frac{\partial TCI}{\partial X}\right)} = \frac{\left(\frac{\partial TRI}{\partial Y}\right)}{\left(\frac{\partial TCI}{\partial Y}\right)} \quad : X, Y\text{는 의사결정대상}$$

X의 한계비용 단위당 한계수익　　　Y의 한계비용 단위당 한계수익

● 합리성 달성기준 ③ : 교환가차로 측정한 한계수익과 한계비용의 일치

$$\left| \frac{dY}{dX} \Big|_{TRI} \right| = \left| \frac{dY}{dX} \Big|_{TCI} \right| \quad : X, Y\text{는 의사결정대상}$$

Y로 측정한 X의 한계수익　　　Y로 측정한 X의 한계비용

D-2 최적화의 조건

● 최적화의 1차 필요조건 : 1차 미분을 0으로 놓고 해를 구한다. 본 서에서는 합리성 달성기준으로 표현된다.

1차 미분=0(1차 필요조건)

$\boxed{\text{극대 또는 극소}}$　　　동일결과가 도출된다.

합리성 달성기준

주의 균형파라다임이 만족되면 극대 또는 극소가 저절로 결정된다. 균형파라다임에서 벗어난 가운데 합리성 달성기준이 적용되면 극대 또는 극소가 뒤바뀐다. 예를 들어, 모자의 이윤극대화 생산량을 결정하는데 모자의 한계수익과 한계비용은 일치하지만, 한계수익이 체증하거나 한계비용이 체감하는 상황이라면 손실극대화 점이 도출된 것이다. 결국, 균형파라다임은 최적화의 2차 충분조건에 해당한다.

● 제약조건이 주어졌을 때의 극대 또는 극소

제약조건 + 합리성달성기준	➡	연립방정식의 해

참고 제약조건하에서 최적화는 라그랑제함수를 이용하면 편리하지만 결국은 제약조건이 주어진 상태에서 합리성이 달성될 조건으로 귀결된다. 이 때문에 굳이 라그랑제함수(생략)를 이용할 필요는 없다.

예 효용(U)이 다음과 같이 표현된다고 할 때, 소득(I) 1,000원으로 극대효용이 되는 X, Y를 찾아라.

극대화 대상 : 효용$(U)=f(X,Y)=2XY$
제 약 조 건 : $I=1{,}000$
소비재가격 : $Px=2$, $Py=1$, 지출액 : $Px\times X+Py\times Y$

먼저 제약조건을 구해 보면 지출액은 1,000원을 넘기면 안 된다. 즉, $1{,}000=2X+Y$이다. 수익정보는 효용이고, 비용정보는 돈이므로 직접 비교가 불가능하기 때문에 합리성 달성기준 ②를 사용한다.

$$\frac{\dfrac{\partial TRI}{\partial X}}{\dfrac{\partial TCI}{\partial X}}=\frac{\dfrac{\partial TRI}{\partial Y}}{\dfrac{\partial TCI}{\partial Y}}$$

$$\frac{2Y}{2}=\frac{2X}{1}$$

$$Y=2X$$

합리성 달성조건 : $Y=2X$
제약조건 : $1{,}000=2X+Y$] 최적 $X=250$, $Y=500$, 극대화된 효용은 $2\times250\times500$

E. 탄력성 정보와 로그

E-1 자연로그법칙

● 자연로그 : 로그의 일종으로 자연대수 e를 제거하기 위하여 사용된다. 식이 곱과 승으로 되어 있는 경우에만 활용할 가치가 있다.

① $Y=X\times Z$ ➡ $lnY=lnX+lnZ$

② $Y=\dfrac{X}{Z}$ ➡ $lnY=lnX-lnZ$

③ $Y=X^a$ ➡ $lnY=alnX$

예 $Q=0.2X^{1.7}Y^{-0.9}\rightarrow lnQ=ln0.2+1.7lnX-0.9lnY$

● 자연로그의 미분 : 로그의 존재를 무시하고 미분공식을 적용한다.

$$\text{로그미분} \Rightarrow lnY = a + b\,lnX \Rightarrow \frac{dlnY}{dlnX} = b$$

예 $lnQ = ln0.2 + 1.7lnX - 0.9lnY \rightarrow \frac{\partial lnQ}{\partial lnX} = 1.7,\ \frac{\partial lnQ}{\partial lnY} = -0.9$

E-2 자연로그의 해석

● 로그의 변화량 : 변화율이다.

$$\text{변화율} \Rightarrow dlnX = \frac{dX}{X}$$

예 $dlnX = 0.3$이면, X의 변화율이 30%임을 의미한다.

E-3 자연로그의 응용

● 용 도 : 변화율간의 관계를 파악한다.

① 변화율 : $dlnX = \frac{dX}{X}$

② 변화의 방향 : $dlnX = \frac{dX}{X} > 0$(X 증가)

③ 변화율간의 관계 : 전미분을 활용하였지만 공식처럼 외워야 한다. 변수의 ln 앞에 d를 첨가하고 상수항은 제거한다.

$$lnY = f(X, Z) = lnc + alnX + blnZ$$

$$\underbrace{dlnY}_{Y\text{ 변화율}} = a\overbrace{dlnX}^{X\text{ 변화율}} + b\underbrace{dlnZ}_{Z\text{ 변화율}}$$

예 $Q = 0.2X^{1.7}Y^{-0.9}$에서 X가 10%, Y가 20% 상승하면 Q는 몇 % 상승하는가? $dlnQ = 1.7dlnX - 0.9dlnY = 1.7 \times 10 - 0.9 \times 20 = 17 - 18 = -1\%$

E-4 탄력성의 정의

● 탄력성 : 반응의 민감도를 표현하기 위하여 마샬이 물리학에서 도입하였다.

$$Y = f(X, Z)$$

① 정 의 : Y의 X 탄력성 → X 변화의 충격에 대응하는 Y 반응의 민감도

② 구체적 내용 : 원인변수(X) 단위 % 변화에 대응하는 Y 변화 %를 의미한다.

③ 수리적 표현

탄력성 ⇒ $\varepsilon_X^Y = \dfrac{\text{반응변수}(Y)\text{의 변화율}}{\text{원인변수}(X)\text{의 변화율}} = \dfrac{\dfrac{dY}{Y}\times 100}{\dfrac{dX}{X}\times 100}$

$= \dfrac{d\ln Y}{d\ln X}\ (\because\ d\ln X = \dfrac{dX}{X})$

반응변수

(충격)원인변수

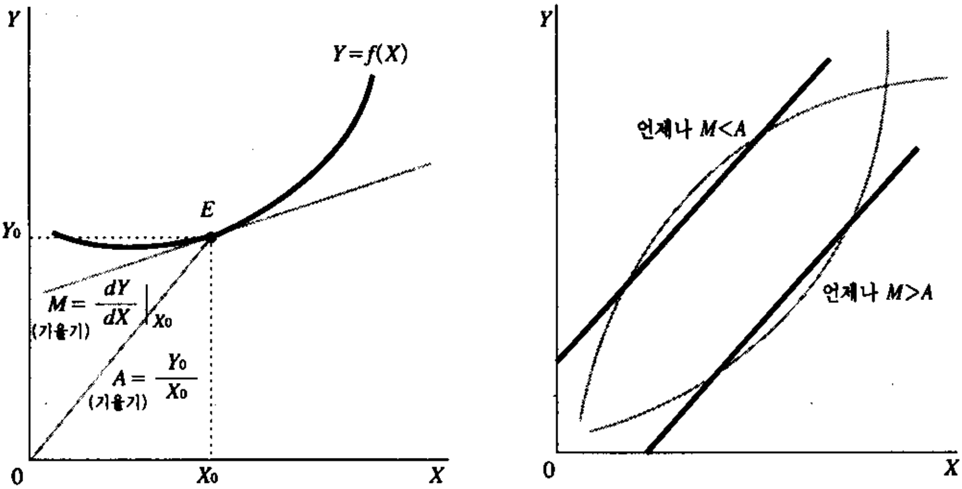
E-5 탄력성의 기하학적 개념

$$\varepsilon_X^Y = \left(\frac{dY}{dX}\right) \Big/ \left(\frac{Y}{X}\right) = \frac{M(\text{한계값})}{A(\text{평균값})} = \frac{\text{접선의 기울기}}{\text{원점을 연결한 직선의 기울기}}$$

X축 변수를 분모에 위치하도록 변형

참조 기하학적 관계로 변형할 때 X축 변수를 분모로 위치시키는 것은 우리가 읽는 기울기가 X축 중심으로 측정되기 때문이다.

◐ 탄력성의 기하학적 의미



● 탄력성은 한계와 평균의 조합 : 직선에서도 일반적으로 각 점에서 평균이 다르므로 탄력성도 다르다.

주의 많은 사람들이 탄력성을 한계값과 혼동한다.

① M과 A 중 하나가 음수 : 탄력성도 음수이다.

② M과 A의 상대적 크기 다름 : 탄력성이 1보다 크거나 작다.

③ M과 A 동일 : 탄력성은 1이다.

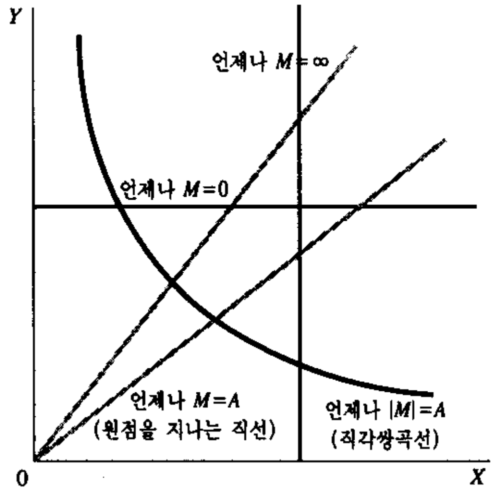
예 원점을 지나는 직선 : $Y=0.7X$, $\frac{d\ln Y}{d\ln X}=1$

직각쌍곡선 : $XY=2$, $\frac{d\ln Y}{d\ln X}=-1$

④ 탄력성은 일반적으로 각 의사결정점에 따라서 다르다 : A 또는 M이 다르다.

⑤ M과 A 중 하나가 0 또는 무한대값 : 탄력성도 0 또는 무한대(극단적)이다.

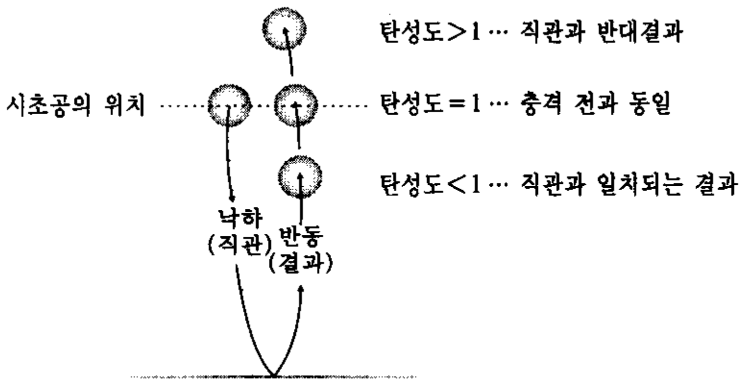
◎ 탄력성의 특수한 경우



· 원점을 지나는 직선
$\epsilon=1$(언제나)
· 직각쌍곡선
$\epsilon=-1$(언제나)
· 수평 또는 수직선
$\epsilon=0$ 또는 ∞

E-6 탄력성의 해석

● 탄력도 1을 기준으로 삼는 경우 : 직관과 실제결과의 일치성 판정(물리학에서 탄성도 개념)



① 탄력성>1 : 직관적 의도와 실제 결과 반대

→ 원인변수의 변화율보다 반응변수의 변화율(민감도)이 더 크다.

② 탄력성<1 : 직관적 의도와 실제 결과 일치

→ 원인변수의 변화율보다 반응변수의 변화율(민감도)이 작다.

③ 탄력성=1 : 충격의 효과가 전혀 없다.

→ 원인변수의 변화율과 반응변수의 변화율(민감도)이 동일하다.

例 수요의 가격탄력성이 1보다 크면 기업이 가격을 상승시킬 때 기업의 수입은 직관과는 달리 도리어 감소한다.

● 탄력성의 기준을 0으로 삼는 경우 : 인과의 방향을 판정한다.

인과성

$$\Rightarrow \underset{\text{원인}\,\uparrow}{\overset{\text{반응}\,\downarrow}{\epsilon_X^Y}} = \underbrace{\frac{\partial Y}{\partial X}}_{?}\,\underbrace{\frac{X}{Y}}_{\oplus} \gtrless 0 \iff \frac{\partial Y}{\partial X} \gtrless 0 \leftarrow \text{인과성 없다.}$$

인과방향이 일치한다.

인과방향이 반대이다.

E-7 탄력성의 직관적 측면 : 정리 1-21 참조

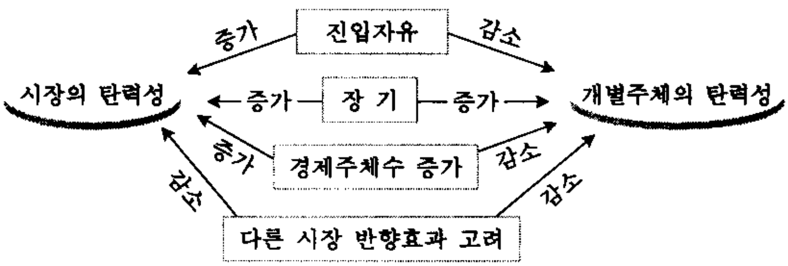
① 시간과 연관성 : 대체성 정도+조정하는 시간 → 시간이 길고 대체재가 많을수록 탄력도는 커진다.

例 장기공급곡선이 단기공급곡선보다 탄력적이다.

② 주체수(공간)와 탄력성 : 경제주체의 수 또는 고려되는 공간 → 고려되는 경제주체나 시장이 많을수록(일반균형에 가까워질수록) 탄력성은 작아진다.

例 시장에서 혼자만 생산량을 변화시키는 경우가 다른 기업도 동시에 변화시키는 경우보다는 생산량이 많다. 시장 전체 생산량은 후자가 더 많다.

◐ 시장이론에 적용된 탄력성의 직관적 원리



예 생산물시장가격만 변화되는 것보다는 요소시장가격도 동시에 변동하는 경우에 공급 탄력성은 작아진다.

③ 시장가격의 변동과 탄력성 : 수요 · 공급의 탄력성이 클수록 적은 가격변동으로도 시장은 재균형이 된다.

'수요공급의 가격탄력성과 시장불균형조정에 따른 가격변동폭은 반비례한다.'

예 수요공급의 탄력성이 적은 농산물이 탄력성이 보다 큰 공산품 보다 가격변동이 심하다.

F. 동차함수와 동조함수

F-1 동차함수의 정의

① k차 동차함수 판정 : $Y=f(X_1, X_2, X_3, \cdots, X_n)$가 k차 동차함수라면 다음 꼴이 도출된다.

$$\underbrace{k\text{차 동차함수 판정법}} \Rightarrow k\text{차 동차함수} : \underbrace{\lambda^k Y}_{\text{반응변수가 }\lambda\text{의 }k\text{승배 증가}}=f\underbrace{(\lambda X_1, \lambda X_2, \lambda X_3, \cdots, \lambda X_n)}_{\substack{\text{모든 요인변수를 }\lambda\text{배 변화시킨다.} \\ \text{(요인변수간 비율불변)}}}$$

예 $Q=3XY$(2차 동차함수), $Q=0.2X^{0.3}Y^{1.2}$(1.5차 동차함수)

$Q=0.3+0.2lnX+1.7lnY$(동차함수가 아님)

② 반응량 측정 : 요인변수를 동일률로 변화(동일투입비율 유지)시킬 때 반응변수는 투입비율의 k승배(λ^k) 증가한다.

예 $Q=1.7X^{0.3}Y^{1.5}$에서 X, Y를 모두 10%씩 증가시키면 Q는 18% 증가(1.8차 동차 함수)한다. $dlnQ=0.3dlnX+1.5dlnY$에서 확인된다.

F-2 동차함수의 성질

● 1차 동차함수의 특성 : $Y=f(X_1, X_2, X_3, \cdots X_i \cdots, X_n)$가 1차 동차함수라고 하자.

① 한계량과 평균량 : 요인변수들의 절대투입량이 변해도 상대투입량(X_i/X_j)만 불변이면 평균량과 한계량이 모두 불변이다.

$$\overbrace{\frac{Y}{X_i}}^{\text{총량의 평균}},\ \underbrace{\frac{\partial Y}{\partial X_i}}_{\text{총량의 한계값}},\ \overbrace{\frac{\partial X_j}{\partial X_i}\Big|_{\bar{Y}}}^{\text{등총량선의 접선기울기(한계값)}} =f\underbrace{(\cdots, X_i/X_j, \cdots)}_{\text{상대적 결합비율의 함수}}$$

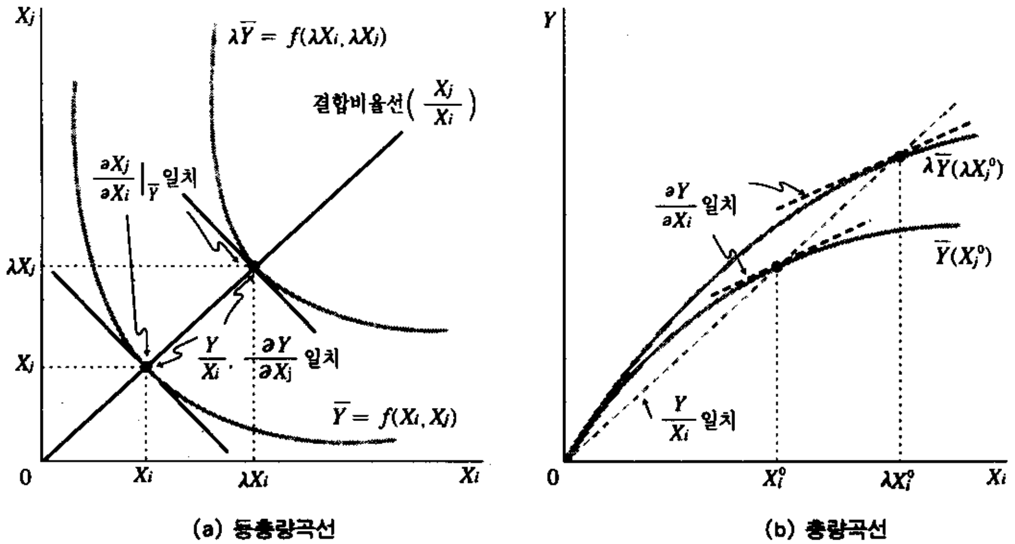
예 투입물 X, Y와 반응물 Q간에 다음과 같은 함수관계가 존재한다고 하자.

$Q=2X^{1/3}Y^{2/3}$: 1차 동차 생산함수

$\frac{Q}{X}=2X^{-2/3}Y^{2/3}=2\left(\frac{Y}{X}\right)^{2/3}$ → X, Y를 동일하게 2배, 3배 늘려도 불변

$\frac{dQ}{dX}=\frac{2}{3}X^{-2/3}Y^{2/3}=\frac{2}{3}\left(\frac{Y}{X}\right)^{2/3}$ → X, Y를 동일하게 2배, 3배 늘려도 불변

◯ 1차 동차함수의 특징



② 오일러정리의 성립 : 전미분과 다르므로 주의하기 바란다.

$$Y=\frac{\partial Y}{\partial X_1}X_1+\frac{\partial Y}{\partial X_2}X_2+\ \cdots\ +\frac{\partial Y}{\partial X_n}X_n$$

예 $Q=2X^{1/3}Y^{2/3}=\frac{2}{3}X^{-2/3}Y^{2/3}\times X+\frac{4}{3}X^{1/3}Y^{-1/3}\times Y$

$=(\frac{2}{3}+\frac{4}{3})X^{1/3}Y^{2/3}$

● 1차 이외의 동차함수 : 등총량곡선의 접선의 기울기는 오직 투입물 비율만의 함수이다.

$$\underbrace{\frac{\partial X_j}{\partial X_i}\Big|_{\bar{Y}}}_{\text{등총량선의 접선기울기}}=f(\ \cdots\ ,\underbrace{\frac{X_i}{X_j},\ \cdots}_{\text{상대적 결합비율}}\ )$$

F-3 동조함수의 성질

● 동조(질)함수 : 동차함수를 함수변환하면 동조함수가 된다. 동조란 성질이 동일하다는 뜻이다.

$$\underbrace{\text{동조함수}} \Rightarrow \begin{cases} Y=f(X_1, X_2, X_3, \cdots X_i \cdots, X_n) \leftarrow \text{동차함수} \\ V=g(Y) \leftarrow Y\text{의 동조함수} \end{cases}$$

● 동조함수의 성질

① 동차함수와 동일한 성질 : 등총량선의 접선의 기울기가 투입물 결합비율에만 영향을 받는다.

② X_i/X_j 의 비율 동일 : 등총량선의 접선의 기울기가 동차함수와 그 동조함수에서 동일하다.

예 $V=ln2+lnX+lnY$는 동차함수는 아니지만 $Q=2XY$(2차 동차함수)의 동조함수이다. 따라서 등량곡선의 접선의 기울기는 X/Y만 일치하면 어느 함수에서 구해도 마찬가지이다.

G. 기타 유용한 개념

G-1 지수법칙

① X^a : X를 a번 곱하였다. 예 $A^3=A\times A\times A$

② $X^aX^b=X^{a+b}$ 예 $X^{0.5}X^{1.7}=X^{2.2}$

③ $X^{-a}=\dfrac{1}{X^a}$ 예 $X^{-2}=\dfrac{1}{X^2}$, $X^{0.3}=\dfrac{1}{X^{-0.3}}$

④ $X^aY^a=(XY)^a$ 예 $X^2Y^2=(XY)^2$

⑤ $X^aY^{-a}=\dfrac{X^a}{Y^a}=\left(\dfrac{X}{Y}\right)^a=\left(\dfrac{Y}{X}\right)^{-a}$ 예 $\dfrac{X^{0.3}}{Y^{0.3}}=\left(\dfrac{X}{Y}\right)^{0.3}$

⑥ $X^{\frac{1}{a}} = \sqrt[a]{X}$ 예 $X^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{X}$

⑦ $(X^a)^b=X^{ab}$ 예 $(X^2)^3=X^6$

⑧ $X^0=1$ 예 $9^0=1$

G-2 현재가치와 미래가치

● n기 후의 미래가치 : $FVn=(1+r)^nPV$이므로

$$\underbrace{\text{현재가치}} \Rightarrow PV=\frac{FVn}{(1+r)^n}$$

예 3기 후에 1,331원은 1기당 이자율이 10%일 때 현재가치로 얼마인가?

$$PV = \frac{1,331}{(1+0.1)^3} = 1,000\text{원}$$

G-3 무한등비급수의 합

● 무한등비급수의 합을 S라고 할 때

$$S = a + ar + ar^2 + \cdots + ar^n + \cdots \quad (\text{단, 등비는 } r,\ \text{초항은 } a)$$
$$= \frac{a}{(1-r)} = \frac{\text{초항}}{(1-\text{등비})}$$

예 매기 100원씩을 지급받기로 한 영구채권은 시장이자율이 10%일 때 현재가치가 얼마인가?

$$PV = \frac{100}{1.1} + \frac{100}{1.1^2} + \frac{100}{1.1^3} + \cdots\cdots$$
$$= \frac{\frac{100}{1.1}}{1 - \left(\frac{1}{1.1}\right)} = 1,000\text{원}$$

H. 파라다임의 정리

H-1 사용되는 파라다임

● 이용방법 : 경제인파라다임은 각 장의 목차흐름을 결정하고, 균형파라다임은 수요 · 공급법칙이 성립하는 근거가 된다는 점을 염두하고 이론의 흐름을 파악하면 내용이해가 쉬워진다.

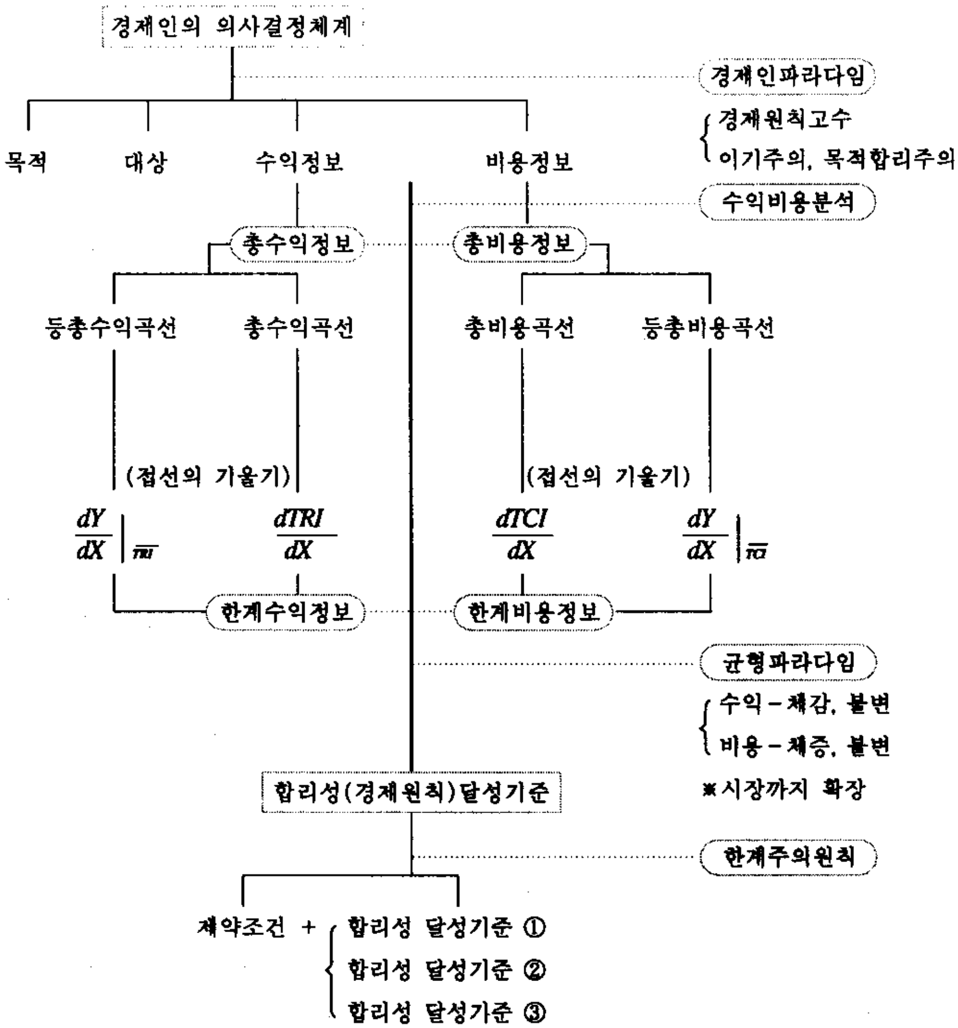
① 경제인파라다임 : 정리 1-17, 정리 1-18, 정리 1-19

② 균형파라다임 : 정리 1-20

H-2 파라다임의 도식화

● 이용방법 : 이론을 소개하는 각 장의 목차흐름이 이 순서에 준해서 구성된다.

◎ 전통미시경제학의 파라다임 개념도



H-3 의사결정체계의 구성

● 미시경제이론의 의사결정체계는 다음과 같다.

◎ 미시경제이론의 의사결정체계

의사결정주체	목 적	의사결정대상	수익정보	비용정보	이론의 종류
소 비 자	효용극대	수 요 량	효 용	상품구입비	한계효용이론
	효용극대	수 요 량	효 용	상품구입비	무차별곡선이론
기 업	비용극소	요소수요량	생 산 량	요소투입비	비용극소화
	수익극대	생산물구성비	판매수입	요소투입량	총수익극대화
	이윤극대	생 산 량	판매수입	생 산 비	공 급 이 론
		요소수요량	판매수입	요소투입비	요소수요이론
투 자 자	효용극대	채권구입량	기대수익	위험비효용	자산선택이론
노동공급자	효용극대	노동공급량	임금소득	노동비효용	노동-여가결정

H-4 균형파라다임의 구성

● 미시경제이론에 적용된 균형파라다임은 다음과 같다.

◎ 균형의 원리를 구성하는 한계값의 조합특성

의사결정주체	목 적	의사결정대상	한계수익정보	한계비용정보
소 비 자	*max U*	수 요 량	*MU* 체감	*P* 불변
	max U	수 요 량	*MRS* 체감	*Px/Py* 불변
기 업	*min TC*	요 소 수 요 량	*MRTS* 체감	*W/r* 불변
	max TR	생산물 구성비	*Px/Py* 불변	*MRT* 체증
	max 이윤	생 산 량	*MR* 불변	*MC* 체증
		요 소 수 요 량	*MRP* 체감	*MFC* 불변
투 자 자	*max U*	채 권 구 입 량	기대수익률 불변	*MRS* 체증
노동공급자	*max U*	노 동 공 급 량	임금 *W* 불변	*MRS* 체증

H-5 수요 · 공급법칙의 해명

● 수요 · 공급법칙은 균형파라다임으로 설명된다.

① 가 계

생산물 수요법칙 ➡
- *MU* 체감으로 설명
- *MRS* 체감으로 설명(기펜재 문제 발생)

노동공급법칙 ➡ *MRS* 체증으로 설명(후방굴절 노동공급문제 발생)

② 기 업

생산물 공급법칙 ➡
- *MP* 체감, *MC* 체증으로 설명
- 규모의 보수 감소로 설명(1차 동차성 문제 발생)

요소수요법칙 ➡ *MP* 체감으로 설명